

Wielowymiarowa analiza skalowania procesów wypierania mieszającego w ośrodku porowatym

Multidimensional scaling analysis of mixing displacement processes in porous media

Andrzej Gołąbek, Wiesław Szott

Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

STRESZCZENIE: W pracy podjęto próbę zastosowania teorii podobieństwa do modelowania badań laboratoryjnych wykonanych na tzw. długich rdzeniach wiertniczych. Wykorzystane w ramach pracy badania laboratoryjne obejmowały wypieranie ropy zatłaczanym dwutlenkiem węgla oraz siarkowodorem. Do analizy pod kątem zjawiska skalowania wykorzystano dziewięć eksperymentów – pięć wybranych badań dotyczyło wypierania ropy dwutlenkiem węgla, a pozostałe cztery wypierania ropy przy zastosowaniu siarkowodoru jako medium wypierającego. W pierwszym etapie realizacji pracy zbudowano modele symulacyjne wybranych eksperymentów w celu określenia parametrów mieszania się płynów, a w szczególności określenia współczynnika dyspersji fizycznej. Korzystając z uzyskanych wyników, sporządzono pełną listę parametrów opisujących zjawisko wypierania mieszającego zachodzące w eksperymentach. Wykonano analizę wymiarową i przy użyciu twierdzenia Buckingham'a wygenerowano zestawy liczb podobieństwa opisujące to zjawisko. Wybrano jeden z wygenerowanych zestawów liczb podobieństwa właściwy dla ich porównania z jednowymiarowym modelem matematycznym opisującym zjawisko wypierania mieszającego wyrażonego w postaci równań o bezwymiarowych zmiennych niezależnych i bezwymiarowych współczynnikach. Zidentyfikowano współczynniki tych równań z wcześniej wygenerowanymi liczbami podobieństwa oraz określono pozostałe liczby podobieństwa niewystępujące w tych równaniach. Celem szczegółowej analizy wyników eksperymentów przeprowadzono ich parametryzację, wykorzystując wielomiany Padégo jako najprostsze efektywne modele interpolacyjne tych wyników. W konsekwencji analizowano zależność wyników eksperymentów w postaci powyższych parametrów od poszczególnych liczb podobieństwa. Potwierdzono dominującą zależność wyników eksperymentów wypierania mieszającego od liczb podobieństwa występujących jako bezwymiarowe współczynniki w równaniach opisujących modele jednowymiarowe tego procesu. Zbadano wpływ grawitacji na efektywne modelowanie procesu wypierania mieszającego jako zjawiska świadczącego o wielowymiarowości analizowanego procesu poprzez zastosowanie modeli trójwymiarowych oraz ich redukcję do postaci jednowymiarowej z użyciem efektywnej stałej dyspersji. Przedstawiono założenia i wyniki takiego modelowania. Wykorzystano je do wyznaczenia stałej dyspersji poprzecznej do kierunku procesu wypierania poprzez ich zastosowanie do analizy eksperymentów wypierania różniących się wydajnością zatłaczanego płynu.

Słowa kluczowe: modelowanie złożowe, symulacje złożowe, teoria podobieństwa, liczby kryterialne, wypieranie mieszające.

ABSTRACT: An attempt was made to use the theory of similarity to model laboratory tests performed on long drill cores. The tests included the displacement of crude oil with the injected carbon dioxide (five tests) and hydrogen sulphide (four tests). In the first stage of the work, simulation models of selected experiments were built to determine the fluid mixing parameters, and in particular to determine the physical dispersion coefficient. Using the obtained results, a complete list of parameters describing the phenomenon of mixing displacement occurring in the experiments was determined. A dimensional analysis was performed and sets of similarity numbers describing this phenomenon were generated using Buckingham's theorem. One of the generated sets of similarity numbers was selected, appropriate for their comparison with a one-dimensional mathematical model describing the phenomenon of mixing displacement expressed in the form of equations with dimensionless independent variables and dimensionless coefficients. The coefficients of these equations were identified as some of the previously generated similarity numbers, while the remaining similarity numbers do not enter these equations. In order to analyse the results of the experiments in detail, their parameterization was carried out using Padé polynomials as the simplest, effective interpolation models of these results. As a consequence, the dependence of the results of the experiments in the form of the above parameters on the individual numbers of similarity was analysed. The dominant dependence of the results of the mixing displacement experiments on the similarity numbers appearing as dimensionless coefficients in the equations describing the one-dimensional models of this process was confirmed. The influence of gravity on the effective modelling of the mixing displacement process as a phenomenon proving the multidimensionality of the analysed process by using three-dimensional

Autor do korespondencji: W. Szott, e-mail: wieslaw.szott@inig.pl

Artykuł nadesłano do Redakcji: 29.06.2021 r. Zatwierdzono do druku: 07.10.2021 r.

models and their reduction to one-dimensional form with the use of effective constant dispersion was investigated. The assumptions and results of such modelling were presented. They were used to determine the dispersion coefficient in the direction transverse to the displacement process by their application to the analysis of displacement experiments for different injection rates.

Key words: reservoir modelling, reservoir simulations, the theory of similarity, criterial numbers, miscibility displacement.

Wstęp

Wypieranie mieszające to zjawisko występujące podczas procesu zatłaczania gazów niewęglowodorowych (np. CO₂ lub H₂S) do złoża ropnego jako medium wspomagającego wydobywanie. W odpowiednich warunkach ciśnienia oraz temperatury zatłaczane gazy niewęglowodorowe w połączeniu z ropą naftową stanowią jedną fazę o zwiększonej mobilności w stosunku do samej ropy. Efektywność tego zjawiska szacuje się w laboratoriach, wykonując eksperymenty na rdzeniach pobranych z odwiertów. Uzyskane w laboratorium wyniki badań można wykorzystać w złożowych modelach symulacyjnych pełnej skali (Lubaś et al., 2012). W pierwszej kolejności należy jednak stworzyć modele wykonanych eksperymentów celem uzyskania ilościowej charakterystyki procesów wypierania mieszającego.

Teoria podobieństwa (Peaceman, 1977) pozwala określić zależności pomiędzy parametrami fizycznymi opisującymi badane zjawisko fizyczne w tzw. układach podobnych. W układach tych istnieją wielkości, które przyjmują taką samą wartość liczbową. Wielkości te są bezwymiarowe i noszą nazwy: liczb podobieństwa, kryteriów podobieństwa, modułów lub inwariantów podobieństwa (Geertsma et al., 1956). Teoria podobieństwa znajduje zastosowanie głównie w mechanice płynów (Jeżowiecka-Kabsch i Szewczyk, 2001), hydraulice (Błaszczak et al., 2018) i aerodynamice (Krysztofiak, 2001; Flaga i Flaga, 2012). W ramach niniejszego opracowania podjęto próbę użycia teorii podobieństwa do modelowania badań laboratoryjnych prowadzonych na rdzeniach wiertniczych. Wykorzystane w ramach pracy badania laboratoryjne obejmowały wypieranie ropy naftowej zatłaczanym dwutlenkiem węgla oraz siarkowodorem. Określenie kryteriów podobieństwa dla modelowanego zjawiska umożliwia przeniesienie wyników badań do skali technologicznej (Furmanik, 2014; Błaszczak et al., 2018). Teoria ta pozwala również zminimalizować liczbę pomiarów koniecznych do uzyskania korelacji, dzięki czemu można znacznie obniżyć koszty badań laboratoryjnych.

Do określania kryteriów podobieństwa w pracy wykorzystano dziewięć eksperymentów wykonanych w laboratorium Zakładu Badania Złóż Ropy i Gazu Instytutu Nafty i Gazu – Państwowego Instytutu Badawczego. Pięć wybranych badań dotyczyło wypierania ropy dwutlenkiem węgla, natomiast cztery – wypierania ropy przy zastosowaniu siarkowodoru jako medium wypierającego. Wszystkie eksperymenty przeprowadzono

na tzw. długich rdzeniach, składających się z zestawów rdzeni ułożonych według malejącej przepuszczalności.

W pierwszym etapie realizacji pracy zbudowano modele symulacyjne wybranych eksperymentów w celu określenia parametrów mieszania się płynów, a w szczególności określenia współczynnika dyspersji fizycznej.

Korzystając z uzyskanych wyników, sporządzono pełną listę parametrów opisujących zjawisko wypierania mieszającego zachodzące w eksperymentach. Wykonano analizę wymiarową i przy użyciu twierdzenia Buckinghama (1914) wygenerowano zestawy liczb podobieństwa opisujące to zjawisko. Wykorzystano generator liczb kryterialnych opisany przez autorów w poprzedniej pracy (Gołąbek et al., 2020), który bazował na algorytmie podanym przez Greenkorna (1983) i funkcjonował w środowisku Excela jako kod Visual Basic for Application (Michael i Kusleika, 2016). Stworzone narzędzie jest uniwersalne i dotyczy zarówno zjawiska wypierania mieszającego, jak i niemieszającego oraz może być wykorzystywane do określenia kryteriów podobieństwa dla dowolnego zjawiska fizycznego.

W kolejnym etapie wybrano kilka z wygenerowanych zestawów liczb podobieństwa i porównano je z modelem matematycznym opisującym zjawisko wypierania mieszającego sprowadzonego do postaci bezwymiarowej. Dzięki tej operacji analizowano wpływ poszczególnych liczb podobieństwa na wyniki uzyskane w badaniach laboratoryjnych. Analiza ta umożliwia potwierdzenie zasadności stosowania tego modelu matematycznego do modelowania mieszania się płynów złożowych.

W ostatnim etapie pracy wykonano analizę zjawiska mieszania się płynów w rdzeniach pod kątem wielowymiarowości przy wykorzystaniu wyników uzyskanych w trójwymiarowych modelach symulacyjnych odzwierciedlających wybrane badania laboratoryjne.

Twierdzenie Buckinghama (twierdzenie Π)

Twierdzenie II (sformułowane przez Edgara Buckinghama) mówi, że każdą funkcję o liczbie n parametrów wymiarowych $a_i, i=1,2,3...n$ posiadających liczbę wymiarów podstawowych k można przedstawić w funkcji $n - k$ parametrów bezwymiarowych typu: $\Pi_j = a_1^{p_{1,j}} a_2^{p_{2,j}} \dots a_n^{p_{n,j}}$, gdzie: $j=1,2,3...n-k$, a wykładniki typu $p_{i,j}$ są liczbami wymiernymi.

Twierdzenie to umożliwia konwersję równania o fizycznym znaczeniu obejmującego n zmiennych fizycznych $f(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0$ do nowego równania $F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi(n-k)) = 0$ z $n-k$ bezwymiarowymi $\Pi_j, j=1, 2, \dots, n-k$. Jeśli parametry typu Π_j są identyczne dla dwóch różnych systemów, to zjawisko fizyczne będzie postępować w ten sam sposób pomimo różnych parametrów a_i . Bezwymiarowe parametry typu Π_j nazywa się parametrami podobieństwa lub kryteriami podobieństwa. Omawiane twierdzenie pozwala na redukcję najbardziej ogólnych równań fizycznych opisujących zjawisko do równań zawierających tylko zbiory liczb bezwymiarowych (Π_j) wygenerowanych z rzeczywistych parametrów fizycznych.

Badania laboratoryjne

Wybrane do analizy eksperymenty laboratoryjne zostały wykonane na beztrzęciowej aparaturze PVT do badań właściwości fazowych płynów złożowych w Zakładzie Badania Złóż Ropy i Gazu INiG – PIB. Do realizacji pracy wybrano dziewięć eksperymentów przeprowadzonych na długich rdzeniach pobranych z różnych otworów polskiego złoża ropno-gazowego. W każdym eksperymencie użyto baterii czterech rdzeni umieszczonych według malejącej przepuszczalności. Parametry rdzeni użytych w danym eksperymencie przedstawiono w tabeli 1.

Wszystkie badania zostały wykonane na rdzeniach o stosunkowo wysokich porowatościach, znajdujących się w przedziale od około 23% do 37%.

W przeprowadzonych eksperymentach z jednej strony baterii rdzeni zatłaczano CO_2 lub H_2S z wydajnościami wynoszącymi $3 \text{ cm}^3/\text{h}$ w badaniach nr 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 oraz $6 \text{ cm}^3/\text{h}$ w badaniach nr 1 i 6. Natomiast po stronie wypływu założono stałe ciśnienie odbioru wynoszące około 425 bar. We wszystkich badaniach zatłoczono CO_2 lub H_2S w ilości około 1,2 PV (objętości porowej). We wszystkich badaniach użyto tych samych płynów złożowych o tych samych parametrach (dwutlenku węgla lub siarkowodoru oraz ropy pochodzącej z tego samego odwiertu). Z informacji podanych przez wykonawców badań wynika, że wszystkie eksperymenty zostały wykonane w zbliżonych warunkach, a użyta w eksperymentach ropa została zrekombinowana w warunkach ciśnienia wynoszącego 406 bar oraz temperatury złożowej wynoszącej 121°C . Zrekombinowana ropa posiadała wykładnik gazowy GOR wynoszący około $134 \text{ m}^3/\text{m}^3$, współczynnik objętościowy B_o równy $1,54 \text{ Nm}^3/\text{Rm}^3$ oraz gęstość w warunkach normalnych około $844 \text{ kg}/\text{m}^3$. Badania zostały przeprowadzone w warunkach złożowych, tj. pod ciśnieniem około 425 bar i w temperaturze 121°C . W warunkach tych zarówno dwutlenek węgla, jak i siarkowodor znajdują się w fazie nadkrytycznej oraz w pełni mieszają się z ropą.

Tabela 1. Parametry rdzeni biorących udział w poszczególnych eksperymentach

Table 1. Core parameters of analysed experiments

Nr badania	Nr rdzenia	Współczynnik przepuszczalności [mD]	Współczynnik porowatości efektywnej [%]	Objętość porów rdzenia [cm^3]	Długość rdzenia [cm]	Średnica rdzenia [cm]
1	1	229,28	26,19	26,81	5,29	2,54
	2	70,63	37,56	28,16	5,56	2,54
	3	64,51	29,15	28,09	5,54	2,54
	4	53,37	29,08	26,71	5,27	2,54
	Średnia:	104,40	30,50	27,44	5,41	2,54
2	1	229,28	26,19	26,81	5,29	2,54
	2	70,63	37,56	28,16	5,56	2,54
	3	64,51	29,15	28,09	5,54	2,54
	4	53,37	29,08	26,71	5,27	2,54
	Średnia:	104,40	30,50	27,44	5,41	2,54
3	1	53,28	26,19	27,81	5,49	2,54
	2	24,71	28,99	29,14	5,75	2,54
	3	22,71	31,94	27,44	5,41	2,54
	4	14,51	26,18	29,13	5,75	2,54
	Średnia:	28,80	28,32	28,38	5,60	2,54
4	1	41,81	27,74	27,41	5,41	2,54
	2	36,20	26,59	28,36	5,60	2,54
	3	15,42	30,00	26,56	5,24	2,54
	4	10,89	30,53	28,48	5,62	2,54
	Średnia:	26,08	28,72	27,70	5,47	2,54

cd. Tabela 1/ cont. Table 1

Nr badania	Nr rdzenia	Współczynnik przepuszczalności [mD]	Współczynnik porowatości efektywnej [%]	Objętość porów rdzenia [cm ³]	Długość rdzenia [cm]	Średnica rdzenia [cm]
5	1	94,17	22,70	28,75	5,67	2,54
	2	87,09	23,72	28,67	5,66	2,54
	3	67,37	22,32	29,11	5,75	2,54
	4	51,94	23,73	28,29	5,58	2,54
	Średnia:	75,14	23,12	28,71	5,67	2,54
6	1	203,43	26,54	28,19	5,56	2,54
	2	72,13	27,76	27,76	5,48	2,54
	3	63,19	28,77	29,13	5,75	2,54
	4	53,97	26,44	27,80	5,49	2,54
	Średnia:	98,18	27,38	28,22	5,57	2,54
7	1	183,46	26,14	27,94	5,51	2,54
	2	78,73	37,05	26,63	5,26	2,54
	3	57,37	25,74	27,79	5,49	2,54
	4	54,97	26,91	29,00	5,72	2,54
	Średnia:	93,63	28,96	27,26	5,49	2,54
8	1	45,69	33,66	27,49	5,42	2,54
	2	34,83	30,97	28,34	5,59	2,54
	3	18,98	31,79	25,97	5,13	2,54
	4	13,88	27,52	28,58	5,64	2,54
	Średnia:	28,35	30,99	27,60	5,45	2,54
9	1	94,17	22,70	28,75	5,67	2,54
	2	87,09	23,72	28,67	5,66	2,54
	3	67,37	22,32	29,11	5,75	2,54
	4	51,94	23,73	28,29	5,58	2,54
	Średnia:	75,14	23,12	28,71	5,67	2,54

Głównym wynikiem omawianych badań laboratoryjnych jest uzyskany współczynnik odropienia (przy 1 PV) oraz wielkość wypływu gazu w postaci wykładnika gazowego GOR.

W eksperymentach z dwutlenkiem węgla współczynnik odropienia wyniósł kolejno: w badaniu 1 – 53,2%, w badaniu 2 – 84,5%, w badaniu 3 – 39,1%, w badaniu 4 – 40,9%, w badaniu 5 – 49,0%, natomiast w eksperymentach z siarkowodorem kolejno: w badaniu 6 – 50,7%, w badaniu 7 – 46,3%, w badaniu 8 – 58,9% oraz w badaniu 9 – 63,1%.

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono wyniki przykładowego przebiegu badania (badanie 9) w postaci odropienia oraz wykładnika gazowego w funkcji zatłoczonego ułamka objętości porów baterii rdzeni.

Symulacyjne modelowanie badań laboratoryjnych

Podczas wykonywanej pracy zbudowano modele symulacyjne eksperymentów laboratoryjnych wykorzystanych do analizy. Zbudowane modele symulacyjne posłużyły do określenia wielkości parametru dyspersji D , opisującego wielkość

rozmycia frontu zmieszania się płynów. Niestety wartości tego parametru nie zostały zmierzone w laboratorium. Procedura wyznaczenia parametru D polegała na zbudowaniu i skalibrowaniu trójwymiarowego modelu symulacyjnego każdego z eksperymentów.

W wyniku kalibracji modelu uzyskano rozkład koncentracji molowej $c(x, t)$ (ilość moli w poszczególnych blokach modelu) CO₂ lub H₂S wzdłuż baterii rdzeni dla odległości x od punktu zatłaczania, na wybrane chwile czasowe t , który posłużył do określenia parametru D poprzez porównanie wyników symulacji z krzywą analityczną będącą rozwiązaniem równania dyfuzji-konwekcji w jednym wymiarze dla następujących warunków brzegowych i początkowych:

$$c(x, t = 0) = 0 \text{ dla } x > 0$$

$$c(x = 0, t) = 1, c(x = \alpha, t) = 0 \text{ dla } t > 0$$

Rozwiązanie to przybiera postać (Ogata i Banks, 1961; Szott i Gołąbek, 2014):

$$c(x, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - v_{inj} t}{2\sqrt{Dt}} \right) + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{v_{inj} x}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + v_{inj} t}{2\sqrt{Dt}} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$erfc$ – tzw. komplementarna funkcja błędu,

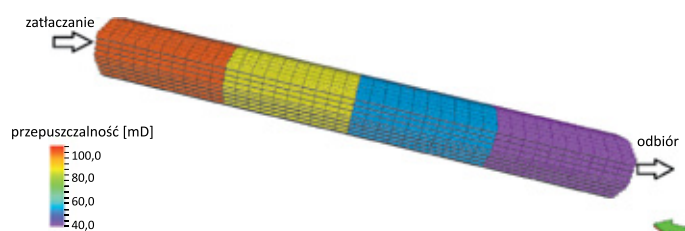
v_{inj} – stała (prędkość) konwekcji [m/d],

x – odległość od punktu zatłaczania [m],

D – stała dyspersji [m²/d],

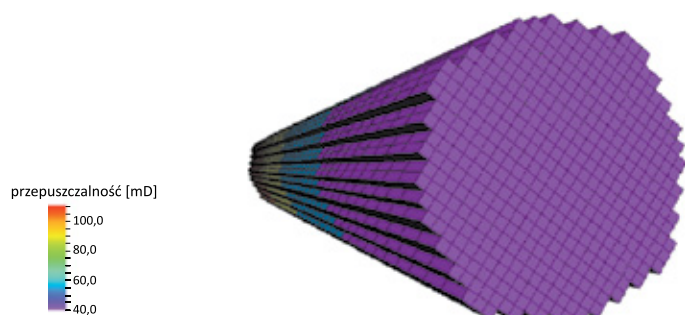
t – czas [d].

Na rysunku 1 zaprezentowano widok 3D skonstruowanego modelu symulacyjnego dla wybranego eksperymentu (badanie 1). Na omawianym rysunku przedstawiono rozkład przepuszczalności w baterii rdzeni oraz zaznaczono strzałkami kierunek zatłaczania gazu i kierunek odbioru płynów. Obliczenia symulacyjne były wykonywane na siatce kartezjańskiej, natomiast kształt rdzeni został przybliżony poprzez dezaktywację bloków, umożliwiającą otrzymanie „walcowatego” kształtu rdzenia (rys. 2). Podział długości baterii rdzeni wraz z dostępnymi w symulatorze parametrami modelowanego zjawiska był parametrem umożliwiającym kalibrację omawianych modeli symulacyjnych.



Rys. 1. Badanie nr 1. Widok 3D modelu symulacyjnego

Fig. 1. Test no. 1. 3D view of the simulation model



Rys. 2. Badanie nr 1. Widok 3D modelu symulacyjnego od strony odbioru

Fig. 2. Test no. 1. View of the 3D simulation model from the outflow side

Główne wyniki badań laboratoryjnych wykorzystane do kalibracji modeli to pomierzony odbiór ropy, N_p (w warunkach normalnych), oraz wielkość wykładnika gazowego, GOR. Ponieważ podczas wypierania mieszającego zachodzącego w eksperymentach występuje tylko jedna faza, tj. mieszanina zatłaczanego CO₂/H₂S i ropy, to liczba parametrów kalibracyjnych modelu jest bardzo ograniczona. Brak podziału na fazy eliminuje zależność wyników symulacji od przepuszczalności

względnych oraz ciśnień kapilarnych. Jedynymi parametrami umożliwiającymi sterowanie procesem mieszania jest dyspersja fizyczna oraz dyfuzja molekularna. Pierwszy z parametrów nie jest uwzględniony jawnie w symulatorze złożowym i może być zastąpiony dyspersją numeryczną, którą w ograniczonym stopniu da się sterować poprzez zmianę rozmiarów bloków. Drugi parametr natomiast jest istotny wówczas, gdy w modelu nie występuje przepływ płynów bądź przepływ ten odbywa się z niską prędkością. W modelach symulacyjnych rozpatrywanych badań laboratoryjnych prędkość przepływu mieszaniny płynów jest stosunkowo wysoka, dlatego zmiana parametru dyfuzji molekularnej w rozsądnym przedziale nie przynosiła zmiany wyników modelu. Dlatego parametr ten uznano za nieistotny w modelowaniu wybranych eksperymentów laboratoryjnych.

Ponadto w modelach założono, że zarówno porowatość, jak i przepuszczalność zostały wyznaczone w laboratorium w sposób jednoznaczny, i również parametry te nie były zmieniane w procesie kalibracji. Wyjątek stanowi model odzwierciedlający badanie nr 5, w którym założono obecność szczeliny. W badaniu tym szczelinę zainicjowano poprzez przecięcie wzdłuż wszystkich czterech rdzeni i umieszczenie ich w rękawie w taki sposób, aby rozciągały się ze sobą stykały. Niestety nie ma pewności, że rozcięte rdzenie nie uległy przemieszczeniu podczas umieszczania ich w rękawie. W modelu jednak założono ciągłość szczeliny i kalibrowano jej przepuszczalność oraz objętość. Podczas kalibracji modelu geometryczna rozwartość szczeliny była stała na poziomie 5 mm, natomiast jej zmianę symulowano poprzez zmianę objętości.

Po obejrzeniu stanu rękawa oraz baterii rdzeni biorących udział w eksperymentach stwierdzono, że część zatłaczanego gazu w jakimś stopniu reaguje zarówno z rdzeniami, jak i gumowym rękawem, w którym umieszczono rdzenie. Na rysunku 3 przedstawiono stan baterii rdzeni oraz rękawa po wykonaniu dwóch wybranych eksperymentów. W pierwszym wybranym eksperymencie zatłaczano CO₂, natomiast w drugim – H₂S. Na omawianym rysunku widać, że zatłaczanie w szczególności siarkowodoru znacznie wpływa na stan baterii użytej w eksperymencie. Rdzenie po zatłaczaniu rozpadły się na kawałki, a część z nich zespoila się z rękawem. Na rysunku dokładnie widać, że część płynu w wyniku uszkodzenia rdzeni nie może być wyparta, a część zatłaczanego gazu pozostaje w rękawie oraz zniszczonych rdzeniach. Inna sytuacja wystąpiła w przypadku eksperymentów, w których zatłaczano dwutlenek węgla, ponieważ rdzenie w trakcie eksperymentu nie zostały zniszczone. Bliższe oględziny gumowego rękawa wykazały jednak, że jest on nieco zniekształcony, co może oznaczać, że w jakimś stopniu zareagował z zatłaczanym CO₂. Uwzględnienie w modelach faktu, że część zatłaczanego gazu (CO₂ lub H₂S) nie bierze udziału w wypieraniu mieszającym, polegało na wykorzystaniu w symulacjach modułu umożliwiającego wzięcie pod uwagę

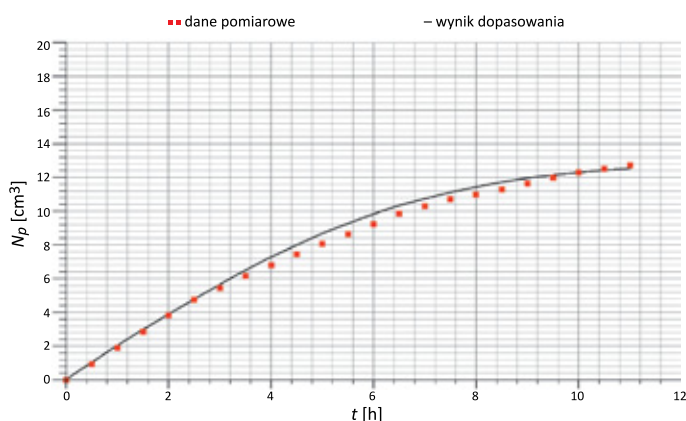


Rys. 3. Stan baterii rdzeni oraz rękawa po przeprowadzonych badaniach laboratoryjnych. Pierwsza część – zatłaczanie CO₂, druga część – zatłaczanie H₂S (zdjęcia wykonane w Zakładzie Badania Złóż Ropy i Gazu)

Fig. 3. State of the core assembly battery and the sleeve after the conducted laboratory tests. The left side – CO₂ injection test the right side – H₂S injection test (photos taken at the Department of Oil and Gas Reservoir Testing, Oil and Gas Institute – National Research Institute)

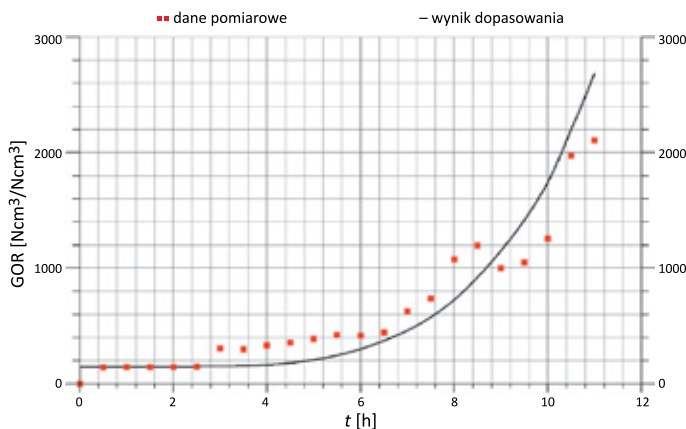
reakcji chemicznych. Wybrany w symulacjach model reakcji chemicznych dostarczył do procesu kalibracji dodatkowy parametr, a mianowicie szybkość reakcji (ang. *reaction rate*), umożliwiając dobranie ilości zatłaczanego gazu biorącej efektywny udział w procesie wypierania.

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono wyniki kalibracji modelu symulacyjnego wybranego eksperymentu. Na omawianych rysunkach widać, że wyniki skalibrowanego modelu symulacyjnego w znacznym stopniu odtwarzają przebiegi eksperymentu.



Rys. 4. Badanie nr 9. Dopasowanie odbioru ropy, N_p

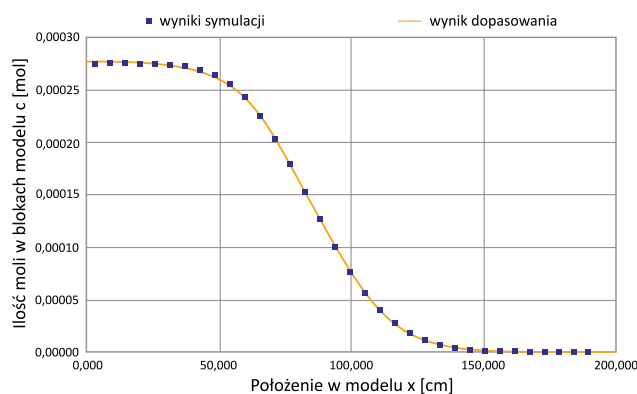
Fig. 4. Test no. 9. Matching of the simulation results to measured oil outflow, N_p



Rys. 5. Badanie nr 9. Dopasowanie wykładnika gazowego, GOR

Fig. 5. Test no. 9. Matching of the simulation results to measured gas oil ratio, GOR

W wyniku kalibracji modeli symulacyjnych wynikami eksperymentów uzyskano rozkłady koncentracji zatłaczanych gazów wzdłuż baterii rdzeni na wybrane chwile czasowe. Ponieważ przedstawione wcześniej analityczne rozwiązanie równania konwekcji-dystryksji umożliwiające określenie wielkości dystryksji fizycznej ma swoje zastosowanie w przypadku jednowymiarowego przepływu w obszarze nieskończonym i nie uwzględnia ono efektów związanych z końcem zestawu rdzeni, to w celu określenia wielkości parametru D skalibrowane modele symulacyjne badań laboratoryjnych sztucznie wydłużono tak, aby zminimalizować omawiane efekty.



Rys. 6. Badanie nr 4. Wyznaczenie parametru dystryksji, D

Fig. 6. Test no. 4. Determination of the dispersion coefficient, D

Tabela 2. Zestawienie wyników dopasowania parametrów mieszania się płynów

Table 2. Parameters of the matched mixing curves

Badanie	D [cm ² /h]	v_{inj} [cm/h]
1	40,91	4,76
2	5,22	1,68
3	19,72	2,09
4	15,84	4,55
5	36,18	43,84
6	8,29	6,07
7	10,56	2,13
8	3,85	2,34
9	6,75	2,48

Na rysunku 6 przedstawiono przykład dopasowania krzywej teoretycznej do uzyskanego rozkładu koncentracji zatłaczanego gazu na chwilę czasową $t = 12$ h. W tabeli 2 zestawiono ze sobą współczynniki dyspersji uzyskane dla poszczególnych badań laboratoryjnych.

Analiza bezwymiarowa dla wypierania mieszającego uwzględniającego współczynnik reakcji

W ramach omawianej pracy wykorzystano uniwersalny generator liczb podobieństwa (Gołąbek et al., 2020). Generator ten opiera się na przedstawionym wcześniej twierdzeniu Π Buckinghama. Do generatora zaimplementowano listę parametrów fizycznych opisujących zjawisko wypierania mieszającego z uwzględnieniem współczynnika reakcji (tab. 3).

Tabela 3. Lista parametrów fizycznych wraz z ich wymiarami

Table 3. List of physical parameters with their dimensions

Parametr	Jednostka	Wymiar
Pozycja w baterii rdzeni	x	cm
Czas	t	s
Ciśnienie początkowe	P_{ini}	bar
Lepkość ropy	μ_o	cP
Lepkość gazu	μ_g	cP
Gęstość ropy	ρ_o	g/cm ³
Gęstość gazu	ρ_g	g/cm ³
Prędkość zatłaczania	v_{inj}	cm/s
Przepuszczalność bezwzględna	k	mD
Współczynnik dyspersji	D	cm ² /s
Ścisliwość płynu	C_p	1/bar
Współczynnik reakcji	R	1/t
Koncentracja	c	–
Porowatość	ϕ	–

Ponieważ w rozpatrywanych eksperymentach wypieranie mieszające odbywa się na baterii rdzeni, których średnica wynosi około 2,5 cm, a przepływ zachodzi tylko w jednym kierunku, to rozpatrywane zjawisko wypierania można modelować w przybliżeniu w jednym wymiarze. Podczas wypierania mieszającego zatłaczany płyn (CO₂ lub H₂S) i ropa znajdująca się w rdzeniach stanowią jedną fazę i nie można w tym przypadku mówić o nasyceniu gazem czy ropą, tylko np. o koncentracji dwutlenku węgla w jednym płynie złożowym. W przypadku wypierania mieszającego dochodzi natomiast współczynnik dyspersji, określający wielkość strefy zmieszania się zatłaczanego płynu z ropą. Współczynnik ten zawiera w sobie współczynnik dyfuzji molekularnej oraz tzw. dyspersję mechaniczną, wywołaną skomplikowanym przepływem przez ośrodek porowaty. We wszystkich wymienionych w tabeli 3

parametrach fizycznych wyróżnia się trzy podstawowe wymiary: L – długość, M – masę oraz t – czas, dlatego korzystając z twierdzenia Buckinghama, można stwierdzić, że funkcję opisującą wypieranie mieszające, uwzględniając współczynnik reakcji, można przedstawić przy użyciu dziewięciu ($n = 12$, $k = 3$) bezwymiarowych parametrów Π (wyłączając z analizy bezwymiarową koncentrację i porowatość).

Przy użyciu generatora liczb kryterialnych wygenerowano 168 zestawów (220 przed odrzuceniem zestawów niespełniających warunków) liczb kryterialnych opisujących zjawisko wypierania mieszającego z uwzględnieniem współczynnika reakcji. W tabeli 4 przedstawiono trzy przykładowe wygenerowane zestawy liczb kryterialnych.

Tabela 4. Wygenerowane zestawy liczb podobieństwa (wybrane zestawy do analizy)

Table 4. Generated sets of similarity numbers (sets selected for analysis)

Zestaw 51		Zestaw 62		Zestaw 128	
Π_1	L/vt	Π_1	$L^2\rho_g P/\mu_g^2$	Π_1	$LP/(\mu_g v)$
Π_2	tP/μ_g	Π_2	$\mu_g t/(L^2\rho_g)$	Π_2	vt/L
Π_3	$D/(v^2 t)$	Π_3	$\rho_g D/\mu_g$	Π_3	$D/(Lv)$
Π_4	$v^2 t \rho_o/\mu_g$	Π_4	ρ_o/ρ_g	Π_4	$Lv\rho_o/\mu_g$
Π_5	$k/(v^2 t^2)$	Π_5	$L\rho_g v/\mu_g$	Π_5	k/L^2
Π_6	μ_o/μ_g	Π_6	k/L^2	Π_6	μ_o/μ_g
Π_7	$v^2 t \rho_g/\mu_g$	Π_7	μ_o/μ_g	Π_7	$Lv\rho_g/\mu_g$
Π_8	tR	Π_8	$L^2\rho_g R/\mu_g$	Π_8	LR/v
Π_9	$\mu_g C_p/t$	Π_9	$\mu_g^2 C_p/(L^2\rho_g)$	Π_9	$\mu_g v C_p/L$

Przedstawienie w postaci bezwymiarowej równań wypierania mieszającego z uwzględnieniem współczynnika reakcji

Przedstawienie modelu matematycznego w formie bezwymiarowej umożliwi określenie współczynników, od których ten model zależy. Równania, o których mowa w przypadku wypierania mieszającego, to trzy równania różniczkowe: równanie ciągłości całego strumienia, równanie ciągłości koncentracji oraz prawo Darcy'ego (Dake, 1978; Li, 2010) postaci:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (v\rho) = 0 \quad (2)$$

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (vc) = \vec{\nabla} \cdot (D\vec{\nabla} c) \quad (3)$$

$$\phi v = -\frac{k\vec{\nabla} P}{\mu(c)} \quad (4)$$

gdzie:

ϕ – porowatość,

c – koncentracja płynu zatłaczanego (CO₂),

t – czas,

μ – lepkość mieszaniny,
 ρ – gęstość mieszaniny,
 k – przepuszczalność bezwzględna,
 P – ciśnienie,
 v – prędkość.

Po sprowadzeniu równań (2), (3) i (4) do postaci jednowymiarowej otrzymano:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$\phi v = - \frac{k}{\mu(c)} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7)$$

Przy założeniu stałej ściśliwości płynu wyrażonej wzorem:

$$C_p = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \approx \text{const} \quad (8)$$

i podstawieniu prawa Darcy'ego (7) do równania (5) otrzymano dwa równania do analizy bezwymiarowej:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\mu C_p} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \quad (9)$$

oraz

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (10)$$

Po dodaniu współczynnika reakcji do równania (10) otrzymano (wyprowadzenie równania przedstawiono w rozdziale *Wypieranie mieszające w rdzeniach wiertniczych z uwzględnieniem reakcji płynu wypierającego*):

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} - D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = -Rc \quad (11)$$

Przekształcenie powyższych równań modelu matematycznego do postaci bezwymiarowej zostało przeprowadzone według pewnych założeń, tj.:

- czas: $t^* = t \cdot v_{inj} / L \phi$
gdzie: v_{inj} – prędkość zatłaczania, L – długość baterii rdzeni;
- pozycja w baterii rdzeni (odległość): $x^* = x \cdot 1/L$
gdzie: L – długość baterii rdzeni, ϕ – średnia porowatość rdzeni w baterii;
- prędkość: $v^* = v \cdot 1/v_{inj}$
gdzie v_{inj} – prędkość zatłaczania płynu;
- gęstość płynu: $\rho^* = \rho \cdot 1/\rho_o$ gdzie ρ_o – gęstość ropy.

Następnie z powyższych założeń wyliczono: $t = t^* \cdot L \phi / v_{inj}$, $x = x^* L$, $v = v^* v_{inj}$, $\rho = \rho^* \rho_o$ i podstawiono do równań (9) i (10). Do skali czasowej dołączono porowatość w celu jej uproszczenia w modelu. Operacja ta jest możliwa, ponieważ porowatość, ϕ , jest wielkością bezwymiarową. Po podstawieniu równania przyjęły postać:

$$\phi \frac{\partial \rho^* \rho_o}{\partial t^* \frac{L \phi}{v_{inj}}} = \frac{\partial}{\partial x^* L} \left(\frac{k}{\mu C_p} \frac{\partial \rho^* \rho_o}{\partial x^* L} \right) \quad (12)$$

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t^* \frac{L \phi}{v_{inj}}} + v^* v_{inj} \frac{\partial c}{\partial x^* L} - D \frac{\partial^2 c}{\partial x^* L^2} = -Rc \quad (13)$$

a po przekształceniach otrzymano:

$$\phi \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{k}{\mu C_p L v_{inj}} \frac{\partial \rho^*}{\partial x^*} \right) \quad (14)$$

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial c}{\partial x^*} - \frac{D}{L v_{inj}} \frac{\partial^2 c}{\partial x^* L^2} = - \frac{RL}{v_{inj}} c \quad (15)$$

W wyniku przekształcenia jednowymiarowego modelu wypierania mieszającego otrzymano trzy współczynniki zaznaczone powyżej **kolorem niebieskim**, od których zależą wyniki zakładanego modelu. Ponadto wyniki tego modelu zależą od koncentracji i parametrów płynów biorących udział w wypieraniu (lepkości i gęstości).

Zakładamy jednak, że dwa układy (rzeczywisty i model matematyczny) są podobne i model jest skalowalny, gdy:

- bezwymiarowe warunki początkowe i brzegowe są identyczne w modelu i układzie rzeczywistym;
- lepkości i gęstości $\mu_g, \mu_o, \rho_g, \rho_o$ (CO₂ i ropy) są tymi samymi funkcjami w modelu i układzie rzeczywistym.

Uzyskane bezwymiarowe współczynniki równań można skojarzyć ze znanymi w literaturze liczbami podobieństwa. Współczynnik znajdujący się w równaniu ciągłości koncentracji to odwrócona liczba Pécleta, wyrażająca się wzorem:

$$Pe = \frac{LV}{D} \quad (16)$$

gdzie:

L – wymiar charakterystyczny,

V – prędkość,

D – współczynnik dyfuzji/dispersji.

Liczbę tę można wyrazić również jako iloczyn liczby Reynoldsa i liczby Schmidta:

$$Pe = Re \cdot Sc = \frac{LV}{\mu} \cdot \frac{\mu}{D} \quad (17)$$

gdzie: μ – lepkość płynu.

Parametryzacja wyników badań laboratoryjnych

Po wygenerowaniu kryteriów podobieństwa dla zjawiska wypierania mieszającego z uwzględnieniem współczynnika reakcji oraz po przekształceniu modelu matematycznego zjawiska do postaci bezwymiarowej przystąpiono do sprawdzenia poprawności modelowania na podstawie wyników badań laboratoryjnych. Sprawdzenie to polegało na zbadaniu, od których kryteriów podobieństwa zależą wyniki uzyskane w laboratorium, a od których nie zależą bądź zależą w nieznacznym sposób. W tym celu w ramach pracy wykonano szczegółową analizę wyników ośmiu eksperymentów laboratoryjnych (pominięto

eksperyment ze szczeliną). Wyniki te sparametryzowano poprzez dopasowanie do nich tzw. wielomianów Padégo (ilorazy wielomianów określonego stopnia).

Przykłady dopasowań przedstawiono na rysunkach 7 i 8. Szczególne typy tych wielomianów (zależności liniowe) dopasowywano do pierwszej fazy eksperymentów, w której po stronie wypływu obserwowano tylko ropę z rodzimym wykładnikiem gazowym (nie obserwowano obecności zatłaczanych gazów). Natomiast właściwe wielomiany Padégo dopasowywano do drugiej fazy eksperymentów, w której

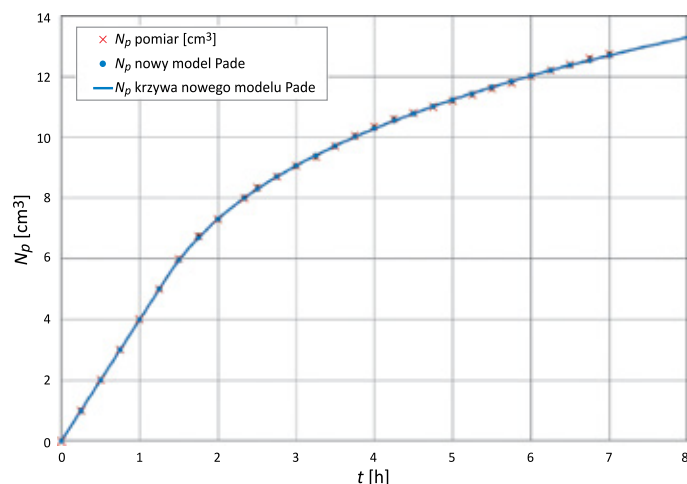
obserwowano wpływ mieszaniny płynów (ropy z gazem zatłaczanym).

Do parametryzacji wykorzystano wielomiany Padégo postaci:

$$G_p(t) = G_{p,min} + \frac{q_0 t' + b t'^2}{1 + d t'} \quad \text{oraz} \quad N_p(t) = N_{p,min} + \frac{q_0 t'}{1 + d t'}$$

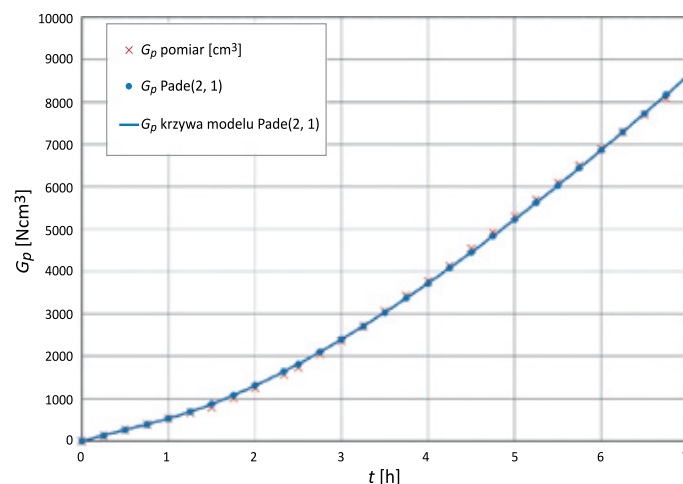
gdzie: $t' = t - t_{min}$.

Wyniki dopasowania wielomianów przedstawiono w tabelach 5 i 6. W tabelach tych oprócz wartości parametrów ujęto również błędy dopasowania.



Rys. 7. Przykład parametryzacji wyników badań laboratoryjnych. Sumaryczny wypływ ropy – faza druga

Fig. 7. Example of the interpolation model for experimental total oil outflow – stage no. 2



Rys. 8. Przykład parametryzacji wyników badań laboratoryjnych. Sumaryczny wypływ gazu – faza druga

Fig. 8. Example of the interpolation model for experimental total gas outflow – stage no. 2

Tabela 5. Wartości parametrów wielomianów Padégo wykorzystanych w parametryzacji sumarycznego wypływu ropy

Table 5. Values of Padé polynomials parameters from the interpolation of the experimental oil outflow results

Eksperyment nr	Parametry N_p						
	t_{min}	$\sigma(t_{min})$	q_0	$\sigma(q_0)$	d	$\sigma(d)$	t_{min}
1	0,81	0,31	4,48	0,71	0,26	0,02	0,90
2	8,98	0,06	1,94	0,00	0,37	0,02	9,00
3	2,51	0,29	1,32	0,03	0,12	0,01	2,50
4	1,21	0,09	2,00	0,03	0,19	0,00	0,72
5	1,20	0,05	1,47	0,03	0,01	0,00	2,00
6	1,08	0,10	3,94	0,08	0,22	0,06	0,75
7	1,50	0,10	1,58	0,05	0,08	0,61	4,70
8	1,75	0,10	1,84	0,05	0,07	0,49	1,60
9	1,99	0,10	1,90	0,05	0,10	0,46	2,00

Tabela 6. Wartości parametrów wielomianów Padégo wykorzystanych w parametryzacji sumarycznego wypływu gazu

Table 6. Values of Padé polynomials parameters from the interpolation of the experimental gas outflow results

Eksperyment nr	Parametry G_p									
	q_0	$\sigma(q_0)$	t_{min}	$\sigma(t_{min})$	q_0	$\sigma(q_0)$	d	$\sigma(d)$	b	$\sigma(b)$
1	530,86	10,69	0,90	0,14	530,86	23,35	0,12	0,02	296,39	51,17
2	278,89	0,44	9,00	0,11	278,89	0,43	0,03	0,03	76,22	63,90
3	175,80	3,11	2,51	0,18	179,40	2,75	0,08	0,02	97,17	22,62

cd. Tabela 6/ cont. Table 6

Eksperyment nr	Parametry G_p									
	q_0	$\text{sigma}(q_0)$	t_{\min}	$\text{sigma}(t_{\min})$	q_0	$\text{sigma}(q_0)$	d	$\text{sigma}(d)$	b	$\text{sigma}(b)$
4	262,00	20,00	0,72	0,29	262,00	13,07	0,08	0,02	66,12	20,44
5	232,52	3,83	2,00	1,34	231,26	46,43	0,02	0,05	82,39	209,71
6	649,13	13,10	1,56	0,70	603,86	7,82	0,01	0,09	35,37	208,80
7	228,15	1,74	4,72	2,05	228,15	19,15	0,81	1,11	258,15	1209,30
8	259,16	5,67	4,16	0,18	251,58	0,84	0,02	0,01	32,53	13,69
9	286,16	4,47	1,74	0,16	286,16	4,46	0,00	0,00	31,44	7,02

Podobieństwo modelu matematycznego do wyników badań laboratoryjnych

W celu sprawdzenia podobieństwa stosowanego modelu matematycznego, opisującego wypieranie mieszające z uwzględnieniem współczynnika reakcji, do wyników uzyskanych w eksperymentach laboratoryjnych zestawiano ze sobą wybrany wygenerowany zestaw liczb podobieństwa wraz z parametrami wynikającymi z przedstawienia w postaci bezwymiarowej równań modelu (tab. 7).

Tabela 7. Wyniki dla zestawu 151: z lewej wygenerowany zestaw kryteriów podobieństwa; z prawej parametry, od których zależą wyniki modelu

Table 7. Results for set no. 151 of similarity numbers. On the left – a generated set of similarity criteria. On the right – coefficients of model equations

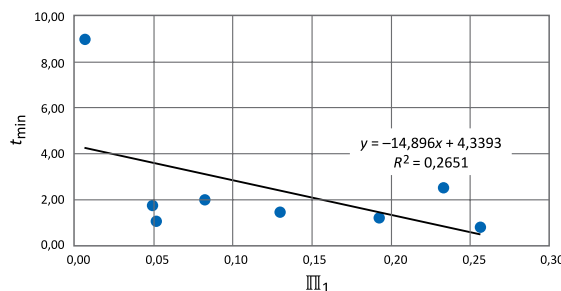
Zestaw 151		Parametry modelu	
Π_1	RL/v_{inj}	1	$x^* = x/L$
Π_2	$D/(v_{inj}L)$	2	$t^* = tv_{inj}/L$
Π_3	$v_{inj}\mu_g C_p/L$	3	$v^* = v/v_{inj}$
Π_4	$v_{inj}t/L$	4	$\rho^* = \rho/\rho_o$
Π_5	ρ_o/ρ_g	5	$k/(\mu C_p Lv_{inj})$
Π_6	μ_o/μ_g	6	$D/(Lv_{inj})$
Π_7	$L^2 P_{ini}/\mu_g^2$	7	RL/v_{inj}
Π_8	$v_{inj}L\rho_o/\mu_g$		
Π_9	k/L^2		

Po przeprowadzeniu analizy można zauważyć, że liczby podobieństwa Π_1, Π_2, Π_3 odpowiadają parametrom modelu 5, 6 i 7. Dwie pierwsze są dokładnie takie same jak w modelu matematycznym, natomiast parametr modelu nr 5 można uzyskać poprzez przemnożenie Π_3 przez Π_5 . Liczby Π_4 i Π_5 to zmienne niezależne wykorzystane przy przedstawieniu w formie bezwymiarowej równań modelu matematycznego, dlatego parametrów Π_4 i Π_5 nie brano pod uwagę w późniejszej analizie. Następnie opierając się na wynikach badań laboratoryjnych, testowano uzyskane bezwymiarowe współczynniki modelu oraz pozostałe cztery liczby podobieństwa: Π_6, Π_7, Π_8 i Π_9 . Jeżeli wyniki eksperymentów w znaczący sposób zależą od bezwymiarowych współczynników równań modelu, a nie

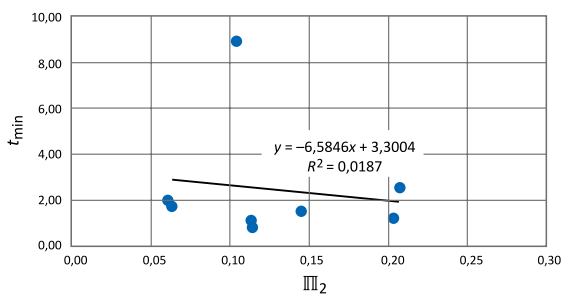
zależą od pozostałych liczb podobieństwa, to znaczy, że założony model matematyczny dobrze odtwarza wyniki badań laboratoryjnych. Uzyskane współczynniki modelu oraz liczby kryterialne testowano na sparametryzowanych wcześniej wynikach badań laboratoryjnych.

Na rysunkach 9–29 przedstawiono zależności parametrów otrzymanych podczas parametryzacji sumarycznego wypływu ropy w eksperymentach w funkcji poszczególnych liczb kryterialnych. Dla celów porównawczych wyliczone wartości poszczególnych liczb kryterialnych znormalizowano tak, aby

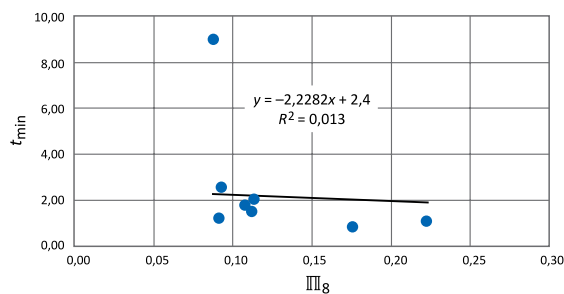
przyjmowały wartości z przedziału od 0 do 1. Na omawianych rysunkach widać, że prawie w każdym przypadku widoczna jest zależność wyników badań laboratoryjnych od trzech pierwszych liczb podobieństwa, stanowiących współczynniki równań modelu matematycznego. Na zaprezentowanych rysunkach widać również, że zmienność wartości dla pierwszych trzech liczb kryterialnych jest większa niż dla pozostałych, od których wyniki badań laboratoryjnych nie powinny zależeć. W większości przypadków zależności uzyskanych w laboratorium wyników od pozostałych liczb kryterialnych (Π_6, Π_7, Π_8 i Π_9) są zaniedbywalne, dlatego należy przyjąć przynajmniej częściowe podobieństwo wyników badań do przyjętego modelu matematycznego, tym bardziej że zbliżone zależności uzyskano dla sumarycznego wypływu gazu.



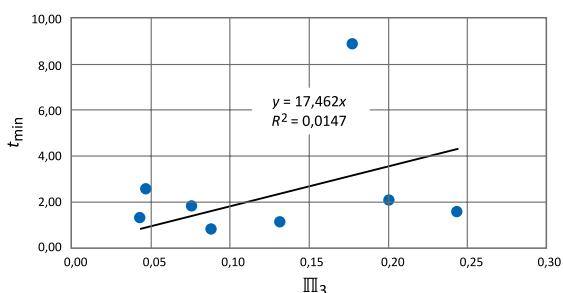
Rys. 9. Zależność t_{\min} od Π_1 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 9. Dependence of t_{\min} parameter on Π_1 similarity number for the total oil outflow, N_p



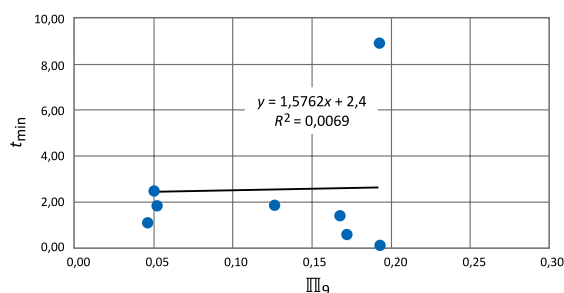
Rys. 10. Zależność t_{\min} od Π_2 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 10. Dependence of t_{\min} parameter on Π_2 similarity number for the total oil outflow, N_p



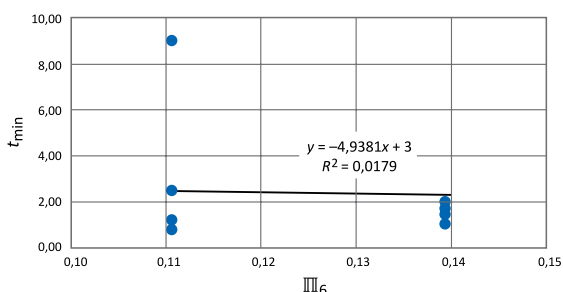
Rys. 14. Zależność t_{\min} od Π_8 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 14. Dependence of t_{\min} parameter on Π_8 similarity number for the total oil outflow, N_p



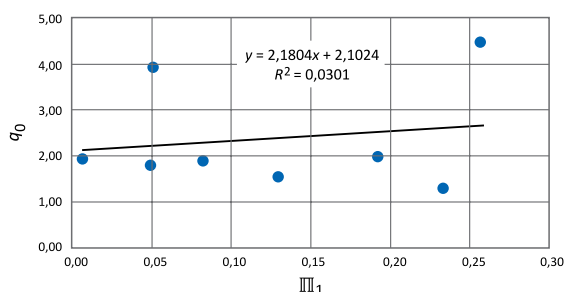
Rys. 11. Zależność t_{\min} od Π_3 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 11. Dependence of t_{\min} parameter on Π_3 similarity number for the total oil outflow, N_p



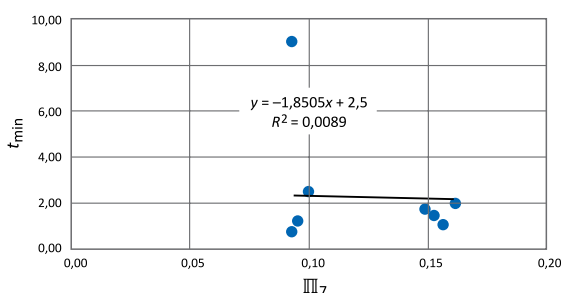
Rys. 15. Zależność t_{\min} od Π_9 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 15. Dependence of t_{\min} parameter on Π_9 similarity number for the total oil outflow, N_p



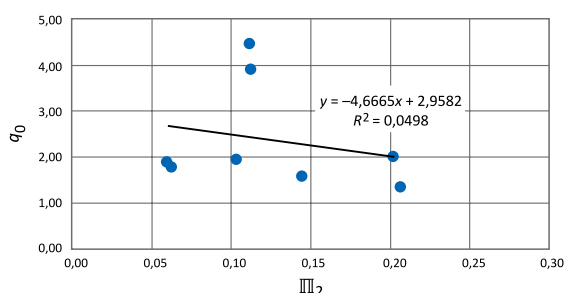
Rys. 12. Zależność t_{\min} od Π_6 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 12. Dependence of t_{\min} parameter on Π_6 similarity number for the total oil outflow, N_p



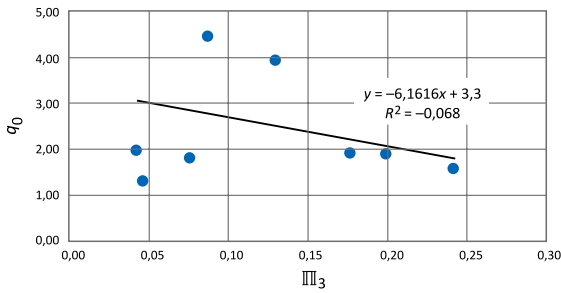
Rys. 16. Zależność q_0 od Π_1 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 16. Dependence of q_0 parameter on Π_1 similarity number for the total oil outflow, N_p



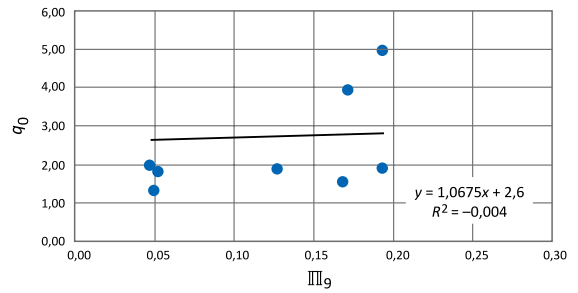
Rys. 13. Zależność t_{\min} od Π_7 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 13. Dependence of t_{\min} parameter on Π_7 similarity number for the total oil outflow, N_p



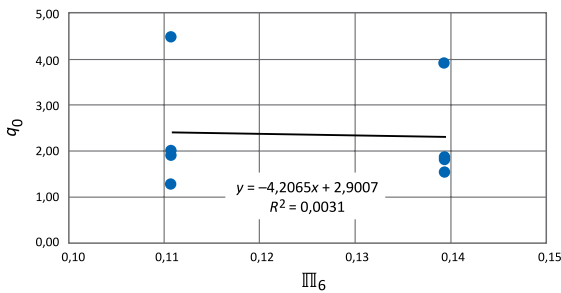
Rys. 17. Zależność q_0 od Π_2 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 17. Dependence of q_0 parameter on Π_2 similarity number for the total oil outflow, N_p



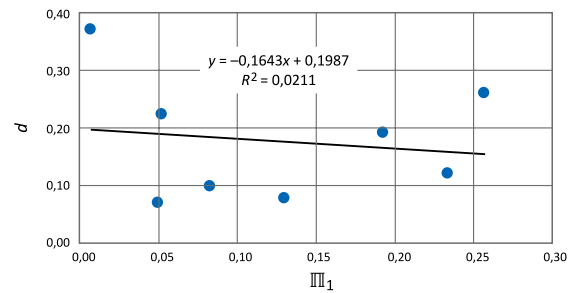
Rys. 18. Zależność q_0 od Π_3 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 18. Dependence of q_0 parameter on Π_3 similarity number for the total oil outflow, N_p



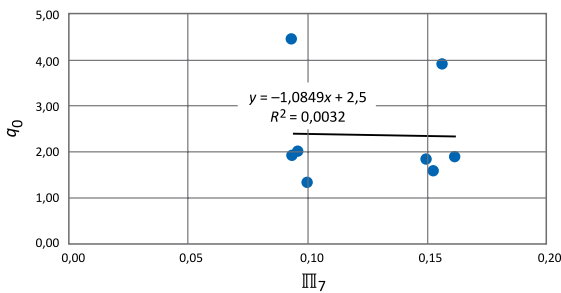
Rys. 22. Zależność q_0 od Π_9 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 22. Dependence of q_0 parameter on Π_9 similarity number for the total oil outflow, N_p



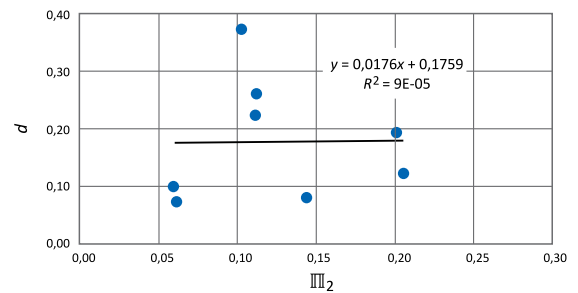
Rys. 19. Zależność q_0 od Π_6 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 19. Dependence of q_0 parameter on Π_6 similarity number for the total oil outflow, N_p



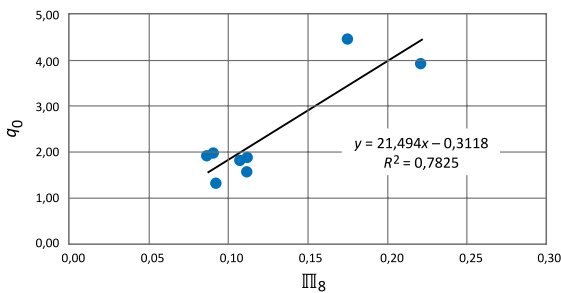
Rys. 23. Zależność d od Π_1 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 23. Dependence of d parameter on Π_1 similarity number for the total oil outflow, N_p



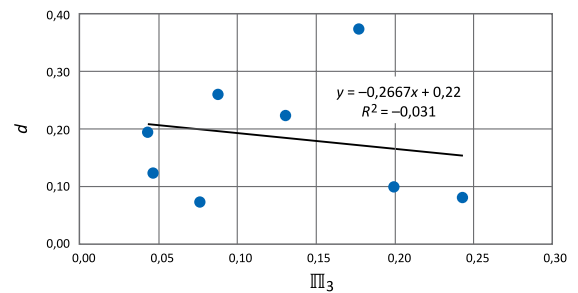
Rys. 20. Zależność q_0 od Π_7 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 20. Dependence of q_0 parameter on Π_7 similarity number for the total oil outflow, N_p



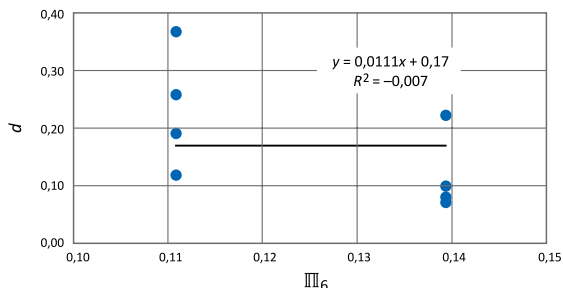
Rys. 24. Zależność d od Π_2 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 24. Dependence of d parameter on Π_2 similarity number for the total oil outflow, N_p



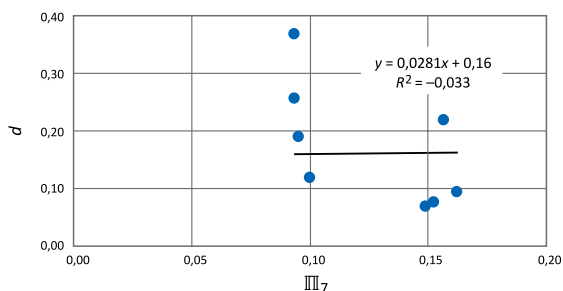
Rys. 21. Zależność q_0 od Π_8 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 21. Dependence of q_0 parameter on Π_8 similarity number for the total oil outflow, N_p



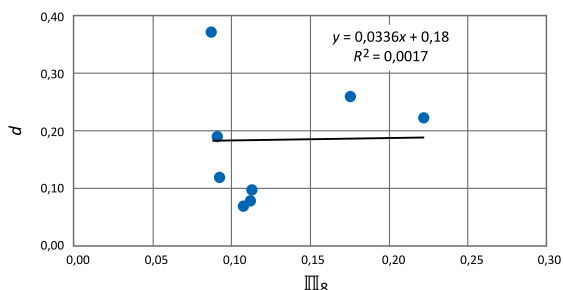
Rys. 25. Zależność d od Π_3 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 25. Dependence of d parameter on Π_3 similarity number for the total oil outflow, N_p



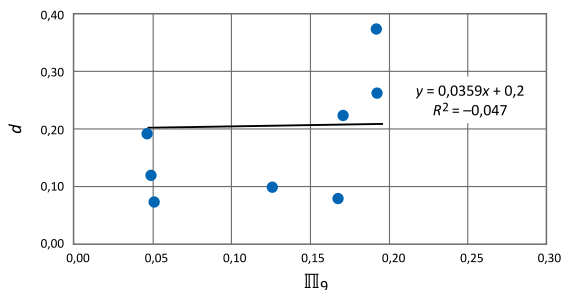
Rys. 26. Zależność d od Π_6 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 26. Dependence of d parameter on Π_6 similarity number for the total oil outflow, N_p



Rys. 27. Zależność d od Π_7 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 27. Dependence of d parameter on Π_7 similarity number for the total oil outflow, N_p



Rys. 28. Zależność d od Π_8 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 28. Dependence of d parameter on Π_8 similarity number for the total oil outflow, N_p



Rys. 29. Zależność d od Π_9 dla sumarycznego wypływu ropy, N_p
Fig. 29. Dependence on d parameter on Π_9 similarity number for the total oil outflow, N_p

Model wypierania mieszającego w rdzeniach wiertniczych z uwzględnieniem efektów grawitacyjnych

Poniższa analiza została przeprowadzona według schematu Taylora (1953) (Frankel i Brenner, 1989). Szczegółowa postać tej analizy została przedstawiona w oddzielnej publikacji (Szott i Gołąbek, 2021).

Założenia modelu:

1. bateria rdzeni jest ułożona w płaszczyźnie poziomej (współrzędna x);
2. analizowany model zakłada możliwość opisu zjawiska w dwóch wymiarach: podłużnym, wzdłuż baterii rdzeni, i poprzecznym, w pionowym kierunku prostopadłym; bardziej realistyczny model trójwymiarowy nie wprowadza jakościowych zmian, a jedynie komplikuje szczegółowe rachunki;
3. jednorodne właściwości transportowe rdzeni – przybliżona stałość parametrów: porowatości ϕ , przepuszczalności bezwzględnej k_x , współczynników dyspersji D_x, D_z ;
4. prędkość pionowa v_z (prostopadła do ułożenia rdzeni – kierunek z) jest zaniedbywalna w porównaniu do prędkości v_x wzdłuż rdzeni: $v_z \ll v_x$;
5. gradient ciśnienia, p , jest w przybliżeniu stały i ma kierunek współrzędnej x : $\partial p / \partial x = \text{const}$, $\partial p / \partial z = 0$;
6. pionowy rozkład koncentracji płynu zatłaczanego (CO_2 , H_2S), c , jest efektem równowagi siły grawitacyjnej $\rho \bar{g}$ i strumienia dyspersji $-D_z \cdot \partial c / \partial z$.

$$\rho g c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (18)$$

W rezultacie pozioma składowa prędkości v_x przyjmuje zależność od współrzędnej z wynikającą z równania Darcy'ego:

$$v_x = -\frac{k}{\mu(c)} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (19)$$

oraz zależności lepkości μ od koncentracji c . W konsekwencji prędkość v_x można zapisać wzorem:

$$v_x(x, z, t) = \bar{v}_x(x, t) + v'_x(x, z, t) = \bar{v}_x(x, t)(1 + f(x, z, t)) \quad (20)$$

gdzie:

$$\bar{v}_x(x, t) = \frac{1}{b} \int_0^b v_x(x, z, t) dz \quad (21)$$

jest prędkością v_x uśrednioną w kierunku poprzecznym (pionowym) do ułożenia rdzeni a $\bar{f}(x, t) = 1/b \int_0^b f(x, z, t) dz = 0$, a współrzędna pionowa z przyjmuje wartości z przedziału $(0, b)$.

W efekcie powyższego założenia nr 3 ogólne równanie konwekcji-dyspersji w dwóch wymiarach:

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + v_x(x, z, t) \frac{\partial c}{\partial x} + v_z(x, z, t) \frac{\partial c}{\partial z} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (22)$$

przyjmuje postać:

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + v_x(x, z, t) \frac{\partial c}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (23)$$

Stosując równanie (20), otrzymujemy:

$$\phi \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \phi \frac{\partial c'}{\partial t} + v_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_x \frac{\partial c'}{\partial x} = D_x \left(\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} \right) + D_z \frac{\partial^2 c'}{\partial z^2} \quad (24)$$

Uśredniając po współrzędnej z oraz wykorzystując fakt, że $\bar{c}'=0$, uzyskujemy:

$$\phi \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_x \frac{\partial c'}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (25)$$

gdzie wykorzystano warunek brzegowy $\partial c'/\partial z=0$ dla $z=0, b$.

Równanie (25) wskazuje na zależność koncentracji \bar{c} od średniej konwekcji c w kierunku z : \bar{c}' . Odejmując stronami równanie (25) od równania (24), otrzymujemy:

$$\phi \frac{\partial c'}{\partial t} + (v_x - \bar{v}_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + v_x \frac{\partial c'}{\partial x} - v_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + D_z \frac{\partial^2 c'}{\partial z^2} \quad (26)$$

Powyższe równanie (9) jest dokładne. Zakładając quasi-stacjonarny rozkład c' ($\partial c'/\partial t \approx 0$) oczekiwany po czasie rzędu b^2/D_z , małą zmienność koncentracji c w kierunku z , tj. $c' \ll \bar{c}$, oraz gradienty w kierunku z większe od gradientów w kierunku x otrzymujemy przybliżone równanie:

$$(v_x - \bar{v}_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_z \frac{\partial^2 c'}{\partial z^2} \quad (27)$$

Wstawiając v_x z równania (20), otrzymujemy:

$$D_z \frac{\partial^2 c'}{\partial z^2} = \bar{v}_x(x, t) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} f(x, z, t) \quad (28)$$

Po scałkowaniu tego równania względem zmiennej z otrzymujemy:

$$D_z \frac{\partial c'}{\partial z} = \bar{v}_x(x, t) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \int_0^z f(x, z', t) dz' \quad (29)$$

gdzie wykorzystano powyższe warunki brzegowe na $\partial c'/\partial z$. Powtórne scałkowanie prowadzi do równania:

$$D_z c'(x, z, t) = \bar{v}_x(x, t) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} b^2 [g(x, z, t) - C] \quad (30)$$

gdzie funkcja $g(x, z, t)$ jest zdefiniowana wzorem:

$$g(x, z, t) = \int_0^z d\zeta' \int_0^{\zeta'} f(x, b\zeta'', t) d\zeta'' \quad (31)$$

a stała całkowania C wynika z warunku $\bar{c}'=0$

$$C = \int_0^1 d\zeta \int_0^{\zeta} d\zeta' \int_0^{\zeta'} f(x, b\zeta'', t) d\zeta'' \quad (32)$$

W konsekwencji człon $\bar{v}_x(\partial c'/\partial x)$ z równania (25) przyjmuje postać:

$$\bar{v}_x \frac{\partial c'}{\partial x} = -\frac{b^2 \bar{v}_x^2}{D_z} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \Omega \quad (33)$$

gdzie: $\Omega = -\int_0^1 d\zeta f(x, b\zeta, t) g(x, b\zeta, t)$. Jak można wykazać (Szott i Gołąbek, 2021), bezwymiarowy czynnik Ω zależny od funkcji opisującej pionowy profil prędkości v_x przyjmuje zawsze wartość dodatnią. Dla przypadku jawnie trójwymiarowego modelu rdzeni o przekroju kołowym z promieniem R parametr Ω przyjmuje wartość (Szott i Gołąbek, 2021).

$$\Omega = \frac{1}{16} \frac{7}{12} \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_{ave}} \right)^2 \quad (34)$$

gdzie: $\Delta\mu$ – to różnica lepkości płynu rodzimego i płynu

zatłaczanego w warunkach eksperymentu, μ_{ave} – to średnia lepkość tych płynów, a liczba Pécleta jest zdefiniowana jako $Pe = R\bar{v}_x/D_z$.

Wstawiając równanie (32) do równania (25), otrzymujemy:

$$\phi \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_{eff} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (35)$$

gdzie efektywna dyspersja D_{eff} przyjmuje postać:

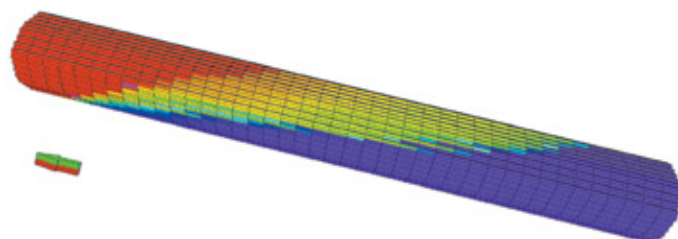
$$D_{eff} = D_x + \frac{b^2 \bar{v}_x^2}{D_z} \Omega = D_x \left(1 + \frac{D_z}{D_x} Pe^2 \right) \quad (36)$$

gdzie ogólna postać liczby Pécleta jest zdefiniowana jako $Pe = b\bar{v}_x/D_z$.

Z powyższej analizy płynnie wniosek o efektywnym zwiększeniu dyspersji w kierunku zatłaczania płynu wypierającego na skutek grawitacyjnej segregacji płynu złożowego o zmiennej zawartości płynu zatłaczanego. Zwiększenie tej dyspersji jest proporcjonalne do kwadratu liczby Pécleta.

Na rysunku 30 przedstawiono przykładowy rozkład koncentracji zatłaczanego gazu uzyskany w modelu symulacyjnym. Na rysunku tym pokazano rozkład zatłaczanego dwutlenku węgla w skalibrowanym modelu.

Dwutlenek węgla na rysunku reprezentowany jest przez kolor fioletowy. W modelu dokładnie widać efekt grawitacyjny, ponieważ migracja zatłaczanego gazu nie jest jednorodna, tylko wyraźnie można zaobserwować, że więcej dwutlenku węgla przemieszcza się spodem modelu.



Rys. 30. Badanie 1. Rozkład koncentracji zatłaczanego gazu

Fig. 30. Test no. 1. Distribution of injected gas concentration

Ponieważ badania 1 i 2 zostały wykonane na tych samych zestawach rdzeni, tylko z różnymi prędkościami tłoczenia, to korzystając ze wzoru (18) i przy założeniu liniowej zmiany lepkości mieszaniny, można oszacować dyspersję w dwóch wymiarach. W eksperymencie 1 oszacowana dyspersja efektywna wynosiła 40,9 cm²/h, natomiast w eksperymencie 2 – około 5,2 cm²/h.

Po wykonaniu obliczeń uzyskano dla tych eksperymentów wielkości dyspersji $D_x = 9,17$ cm²/h oraz $D_z = 0,064$ cm²/h. Oszacowana dyspersja poprzeczna jest znacznie niższa niż dyspersja podłużna, czego się należało spodziewać i jest to również widoczne na przedstawionych wcześniej rozkładach koncentracji zatłaczanego gazu.

Wypieranie mieszające w rdzeniach wiertniczych z uwzględnieniem reakcji płynu wypierającego

Poniższa analiza obejmuje proces wypierania mieszającego w sytuacji, gdy strumień płynu wypierającego podlega redukcji z powodu jego reakcji z ośrodkiem porowatym. Szczegółowa postać tej analizy została przedstawiona w oddzielnej publikacji (Szott i Gołąbek, 2021). Analiza poniższa korzysta z modelu o następujących założeniach:

1. ośrodek porowaty jest opisany półnieskończonym przedziałem jednowymiarowym $x \geq 0$ dla czasów $t \geq 0$;
2. szybkość reakcji redukującej ilość swobodnego płynu wypierającego jest wprost proporcjonalna do jego koncentracji $c(x, t)$ i opisana stałą R według ogólnego wzoru: $\partial c/\partial t = -Rc$;
3. przyjęto jednorodne właściwości transportowe rdzeni – przybliżona stałość parametrów: porowatości ϕ , przepuszczalności bezwzględnej k , współczynnika dyspersji D ;
4. gradient ciśnienia p jest w przybliżeniu stały i ma kierunek współrzędnej x : $v \sim \partial p/\partial x = \text{const}$.

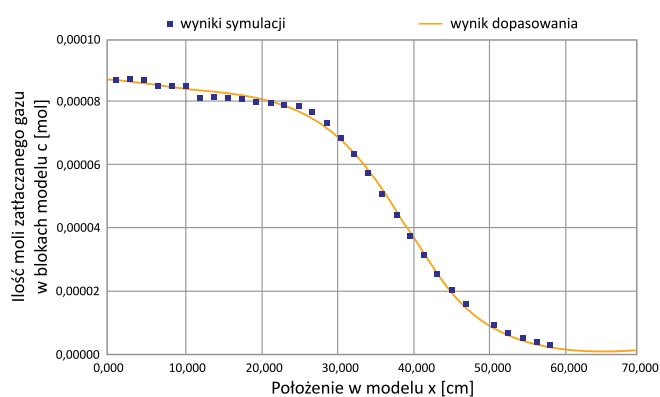
Przyjęty model uwzględniający zjawiska konwekcji i dyspersji opisuje równanie:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} - D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = -Rc \quad (37)$$

gdzie: c spełnia warunek początkowy: $c(x, 0) = 0$, $x > 0$ oraz warunki brzegowe: $c(0, t) = c_0$ oraz $c(\infty, t) = 0$ dla $t \geq 0$. Rozwiązanie powyższego problemu przyjmuje postać (Szott i Gołąbek, 2021):

$$c(x, t) = \frac{c_0}{2} e^{\frac{vx}{2D}} \left[e^{-\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - wt}{2\sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x + wt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (38)$$

gdzie: w jest zdefiniowane wzorem: $w^2 = v^2 + 4DR$.



Rys. 31. Badanie nr 5. Szacowanie współczynnika dyspersji D przy wykorzystaniu modelu uwzględniającego współczynnik reakcji

Fig. 31. Test no. 5. Estimating the dispersion coefficient D with a model including reaction coefficient

Korzystając z przedstawionych powyżej wyprowadzonych równań, oszacowano parametr dyspersji D przy uwzględnieniu współczynnika reakcji. Na rysunku 31 przedstawiono przykład dopasowania omówionego w tej części artykułu modelu do

wyników symulacji, w których uwzględniano współczynnik reakcji. Jak widać na rysunku, model ten bardzo dobrze odtwarza rozkład koncentracji zatłaczanego siarkowodoru. Oszacowany według tego modelu parametr D wyniósł około $7,7 \text{ cm}^2/\text{h}$ – w porównaniu z poprzednim modelem wartość ta jest niższa o około $0,5 \text{ cm}^2/\text{h}$.

Podsumowanie

W ramach pracy wykonano analizę możliwości wykorzystania teorii podobieństwa (kryteriów podobieństwa) do modelowania zjawiska wypierania mieszającego przy uwzględnieniu współczynnika reakcji. W pracy przeprowadzono szczegółową analizę wyników dziewięciu badań laboratoryjnych, z czego pięć dotyczyło zatłaczania CO_2 , a cztery – zatłaczania H_2S . Sporządzono listę wszystkich istotnych parametrów fizycznych mogących mieć wpływ na przebieg eksperymentów. Następnie przy użyciu zbudowanego wcześniej generatora liczb podobieństwa wyznaczono wszystkie możliwe zestawy liczb kryterialnych dla znalezionych parametrów fizycznych. W kolejnym etapie wykonano konwersję równań modelu matematycznego do postaci bezwymiarowej. Uzyskane bezwymiarowe współczynniki modelu porównano z wybranym zestawem kryteriów podobieństwa.

Następnie dla wybranych liczb podobieństwa badano zależności sparametryzowanych wyników badań laboratoryjnych od poszczególnych kryteriów podobieństwa. W pracy zawarto również analizę pod kątem wielowymiarowości badanych zjawisk. W pracy przedstawiono model matematyczny wypierania mieszającego uwzględniający efekt grawitacji oraz przeprowadzono analizę wyników eksperymentalnych procesu wypierania mieszającego z uwzględnieniem reakcji płynu wypierającego ze skałą rdzeni, na których prowadzono badania.

Wnioski

1. W rezultacie ubezwymiarowania równań jednowymiarowego modelu matematycznego opisującego zjawisko wypierania mieszającego, uwzględniając reakcję płynu wypierającego, uzyskano trzy współczynniki, od których bezpośrednio zależą jego wyniki.
2. Wypieranie mieszające zachodzące w baterii rdzeni (w zakładanym modelu jednowymiarowym) opisane jest 12 parametrami wymiarowymi o trzech podstawowych wymiarach. Parametry te pozwoliły wyznaczyć 168 zestawów bezwymiarowych kryteriów podobieństwa zawierających po dziewięć liczb podobieństwa.
3. W rozpatrywanym przypadku wyników ośmiu eksperymentów wypierania mieszającego odpowiadających zmiennym wartościom dla siedmiu spośród wygenerowanych

- dziewięciu kryteriów podobieństwa trzy z nich odpowiadają wyznaczonym bezwymiarowym współczynnikiem analizowanego modelu matematycznego. Pozostałe cztery nie występują natomiast w równaniach tego modelu, co implikuje brak ich wpływu na rozwiązania modelu (dwie pozostałe liczby podobieństwa nie mogły być testowane, ponieważ były to zmienne niezależne użyte do ubezwymiarowania równań modelu matematycznego.
- Na podstawie wykorzystanych wyników badań laboratoryjnych należy stwierdzić, że podobieństwo układu rzeczywistego (eksperymentów laboratoryjnych) do jednowymiarowego modelu matematycznego nie jest pełne, ale jest na poziomie akceptowalnym. Przy czym należy podkreślić, że nie sprawdzono wszystkich wygenerowanych zestawów kryteriów podobieństwa.
 - W celu zmniejszenia niejednoznaczności wyników badania laboratoryjne wybierane do analizy powinny zawierać bardziej szczegółowe wyniki w postaci pomierzonych wartości koncentracji, gęstości mieszaniny oraz współczynnika dyfuzji/dispersji.
 - Symulacyjne modelowanie zjawiska wypierania mieszającego w przypadku wybranych badań laboratoryjnych jest bardzo skomplikowane i wymaga uwzględnienia reakcji płynu wypierającego.
 - Przy zastosowaniu przedstawionego w pracy modelu opisującego wypieranie mieszające uwzględniającego efekty grawitacyjne można szacować niezależnie współczynniki dyspersji podłużnej i poprzecznej.
 - Przy zastosowaniu modelu matematycznego opisującego wypieranie mieszające z uwzględnieniem reakcji płynu wypierającego ze skałą rdzeni można szacować wpływ tej reakcji na przebieg procesu wypierania, a w szczególności na wielkość współczynnika dyspersji na podstawie rozkładów koncentracji zatłaczanego gazu uzyskanych w symulacjach złożowych.

Artykuł powstał na podstawie pracy statutowej pt. *Wielowymiarowa analiza skalowania procesów wypierania mieszającego w ośrodku porowatym* – praca INiG – PIB na zlecenie Ministerstwa Edukacji i Nauki; nr zlecenia: 0021/KZ/2021, nr archiwalny: DK-4100-0009/2021.

Literatura

- Błaszczak A., Najdecki S., Papierski A., 2018. W skali 1:10. Teoria podobieństwa i badania modelowe komory wlotowej pompy wykonanej w skali 1:10. *Pompy. Pomponie*, 1: 39–42.
- Buckingham E., 1914. On Physically Similar Systems. *Physical Reviews*, 4(2): 345–376.
- Dake L.P., 1978. Fundamentals of Reservoir Engineering. *Elsevier Science Publishers B.V.*, 1978. ISBN 0-444-41830-X.
- Flaga A., Flaga Ł., 2012. Badania modelowe oddziaływania wiatru na eksponat modelu akwaporyny. *Budownictwo. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej*, 4-B/2012: 23–35.

- Frankel I., Brenner H., 1989. On the foundations of generalized Taylor dispersion theory. *J. Fluid Mech.*, 204: 97–119. DOI: 10.1017/S0022112089001679.
- Furmanik K., 2014. Możliwości wykorzystania analizy wymiarowej w badaniach oporu przeginania taśmy na bębnach przenośnika. *Mining Science – Fundamental Problems of Conveyor Transport*, 21(2): 25–32.
- Geertsma J., Croes G.A., Schwart N., 1956. Theory of Dimensionally Scaled Models of Petroleum Reservoirs. *Petroleum Transactions*, 207(19): 118–127.
- Gołabek A., Szott W., Łętkowski P., Stopa J., 2020. Similitude Analysis of Experiment and Modeling of Immiscible Displacement Effects with Scaling and Dimensional Approach. *Energies*, 13: 5224. DOI: 10.3390/en13195224.
- Greenkorn R.A., 1983. Flow Phenomena in Porous Media – Fundamentals and Applications in Petroleum. Water and Food Production. *Marcell Dekker*. ISBN: 0-8247-1861-5.
- Jeżowiecka-Kabsch K., Szewczyk H., 2001. Mechanika płynów. *Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej*. ISBN 83-7085-597-0.
- Krysztofiak G., 2001. Kryteria podobieństwa aeromechanicznego w tunelowych badaniach modeli wirników wiroplatowych statków powietrznych. *Modelowanie Inżynierskie*, 42: 217–226. ISSN 1896-771X.
- Li D., 2010. Comparative Simulation Study of Water Flood. *Technology Interface Journal*, 10(3) ISSN# 1523-9926.
- Lubaś J., Szott W., Dziadkiewicz M., 2012. Analiza możliwości zwiększenia stopnia szczyrpania zasobów złóż ropy naftowej w Polsce. *Nafta-Gaz*, 2012, 8: 481–489.
- Michael A., Kusleika R., 2016. Excel 2016 PL. Programowanie w VBA. *Vademecum Walkenbacha. Wydawnictwo Helion*. ISBN: 978-83-283-2858-7.
- Ogata A., Banks R.B.A., 1961. Solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media. *US Geological Survey. Professional Paper*, 411-A.
- Peaceman D.W., 1977. Fundamentals of numerical reservoir simulation. *Elsevier Scientific Publishing Company*.
- Szott W., Gołabek A., 2014. Symulacyjne modelowanie procesów mieszania się gazów w warunkach złożowych. *Nafta-Gaz*, 3: 151–161.
- Szott W., Gołabek A., 2021. Model dyspersji dla przepływu w ośrodku porowatym z segregacją grawitacyjną – metoda wyznaczania dyspersji poprzecznej. *Nafta-Gaz* (niepublikowane: manuskrypt w przygotowaniu).
- Taylor G.I., 1953. Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. *Proc. Roy. Soc. A.*, 219: 186–203. DOI: 10.1098/rspa.1953.0139.



Mgr inż. Andrzej GOŁĄBEK
Asystent w Zakładzie Stymulacji Złóż Węglowodorów i Podziemnych Magazynów Gazu
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: andrzej.golabek@inig.pl



Dr Wiesław SZOTT
Kierownik Zakładu Stymulacji Złóż Węglowodorów i Podziemnych Magazynów Gazu
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: wieslaw.szott@inig.pl